外汇风险管理度量方法研究

周银蕊
（中国海洋石油集团有限公司，北京 100010）

摘　要：风险控制的重要性已经随着现代金融业的发展越来越多地被人们所重视，同时，风险的思想已经从金融领域开始逐步渗透到了其他行业。那么选择合适的方法度量风险就成为了不得不考虑的问题。本文以在险价值 VaR 理论进行扩展，讨论了基于蒙特卡洛模拟法下的 VaR 值计算。

关键词：风险；VaR；蒙特卡洛模拟
【DOI】10.12231/j.issn.1000-8772.2020.35.120

1 引言

早在上个世纪 30 年代，由于受世界经济危机的影响，美国的企业及金融工作者们就已经意识到了传统的管理模式在应对突发情况时暴露出的缺陷是十分巨大的，这样的结果使得在 1929-1933 年间，接近 40%的银行与企业破产、倒闭。随之大量的金融与非金融机构纷纷成立保险管理部门，希望通过保险的手段去规避风险。随着世界经济高速发展，新的业务模式不断出现以及经济全球化，跨国企业所面临的风险范围也越来越大，比如信用风险、利率汇率风险等。因此，风险的度量方式也就成为了研究者们所关注的课题，在险价值（Value at Risk，VaR）也就应运而生了。

2 VaR 模型的基本原理及计算

2.1 VaR 模型的定义

VaR 的定义：在险价值是按照某一确定的置信度，对某一给定的时间期限内不利的市场变动可能造成的投资组合的最大损失的一种估计。这里所说的置信度，可以理解为典型置信区间，即 95%、97.5%、99%等。从基本定义可以看出，VaR 的概念，只是一种对未来时间内资产损失的估计值，而非帐面值。如果用数学语言来解释此定义，可以表示为：

$\mathrm{Prob}(\Delta P_{\Delta t} \leqslant -\mathrm{VaR})=\alpha$

这里 ΔP 表示资产价格的变动，下角标 Δt 为资产的持有期（可以是一天，一个月，一年等），故 $\Delta P\Delta t$ 可以理解为在给定持有期中资产价格的变动情况。因为 VaR 本身是一个损失的概念，所以表达式中加上负号。α 即显著性水平的概念，如 5%、2.5%、1%（对应置信度分别为 95%、97.5%和 99%时）等。此等式的实际意义就是，在给定的显著性水平 α 以及持有期 Δt 内，某项资产由市场变动所造成的损失小于 VaR 的可能性为 α。或者经过变形，上述等式可变化为：

$\mathrm{Prob}(\Delta P_{\Delta t} \geqslant -\mathrm{VaR})=1-\alpha$

其意义可理解成在给定持有期下，资产由市场变动造成的损失大于 VaR 的概率为 $1-\alpha$。图 1 更好的解释了这一定义的基本逻辑。

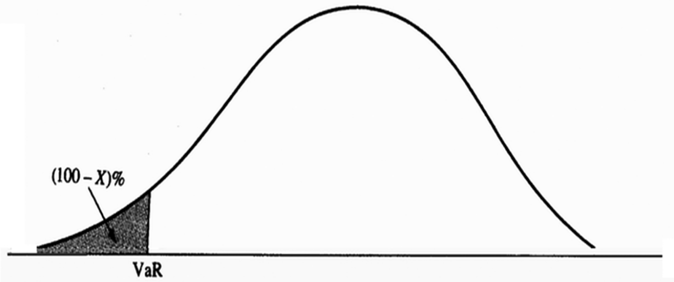

图 1 在险价值-VaR

2.2 VaR 值的计算过程

要想计算 VaR，我们需要先定义某项资产的市场价值 ω 以及该项资产的初始投资额 ω_0，具体公式可以用如下表示：

$\omega=\omega_0(1+R)$ ①

字母 R 为该项资产在全部持有期内的回报率。从统计学上理解，回报率 R 应为一个随机变量，原因就是影响 R 值的因素多种多样且随机变化。因此，对于某一随机变量，我们就可以找到其年度均值以及方差。这里定义 μ 和 σ^2 分别为资产收益率 R 的年度均值跟方差。那么资产在 Δt 的持有年限内，收益率为 $\mu\Delta t$，方差为 $\sigma^2\Delta t$。假设，资产持有期内年收益率 R 的分布彼此相互独立，则 R 应为一个正态分布。

在①式中给出了初始投资额的概念，现在设定在某一个置信度 α 下的最低回报率 R^*，则该项资产在期末最低市值将为：

$\omega^*=\omega 0(1+R^*)$ ②

依据在险价值 VaR 表示资产持有期内可能产生的最大损失的实际意义，有其如下函数关系：

$\mathrm{VaR}=\omega-\omega^*$

由于资产市值不会一成不变，而是随着收益率等因素发生变化。因此上式可改写成：

$\mathrm{VaR}=E(\omega)-\omega^*$ ③

$E(\omega)$为市值的期望，也就是在所有市值可能的分布中出现概率最多的市值是多少。现在将①②式代入③式，可得：

$\mathrm{VaR}=E[\omega_0(1+R)]-\omega_0(1+R^*)=\omega 0(\mu\Delta t-R^*)$ ④

因此，若想计算出 VaR 的关键就是找到在某一个置信度下资产的最低回报率 R* 是多少，下面即讨论 R* 在不同分布下的计算方式。

2.2.1 R 或 ω 服从正态分布

现在假设收益率 $R\sim N(\mu,\sigma^2)$，即服从均值为 μ 方差为 σ^2 的正态分布，若考虑到 Δt 持有期的情况，则也可记 $R\sim N(\mu\Delta t,\sigma^2\Delta t)$。将该正态分布进行标准化，则有：$\dfrac{R-\mu\Delta t}{\sigma\sqrt{\Delta t}}\sim N(0,1)$，其概率密度函数则为 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$。

左侧最大损失区域部分的概率为 1-C，代入概率密度函数可得：

$$1-C=\int_{-\infty}^{-z}f(x)d(x)$$

所以，若想计算 R*，我们只要找到相应置信度下标准正态分布上分位点-z 的值即可，可知

$$-z=\frac{R^{*}-\mu\Delta t}{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$R^{*}=\mu\Delta t-z\sigma\sqrt{\Delta t}$$

将其代入④式,则有 $VaR=\omega_0 z\sigma\sqrt{\Delta t}$,此式即为正态分布下的资产 VaR 值计算方法。其中的 ω_0 为持有资产初始投资额,z 为相应置信度下的偏离均值标准差数,其值可通过查找标准正态分布表而获得,此方法可以作为当 R 满足正态分布时的一种近似计算方法。

2.2.2 R 服从未知分布式的计算方法

在 2.2.1 中讨论了当收益率 R 已知服从正态分布时的 VaR 计算过程,但是在大多数情况下,R 分布状态未知或者说我们并不确定其分布是不是属于正态分布,对于这样的 R,目前常用的计算方法是方差-协方差法,历史模拟法以及蒙特卡洛模拟法。

(1)方差-协方差法。在早期计算 VaR 的参数时,通常采用的方法是方差-协方差法。该方法属于静态分析方法,核心思想是对资产收益分布的方差-协方差进行分析。同时假定收益变化也就是风险因素服从某个特定分布,一般来说假定其服从正态分布。具体计算过程可以简化为先通过资产历史收益数据计算出相关统计学参数值,比如方差,协方差等;然后根据正态分布假设应用近似计算公式 $VaR=\omega_0 z\sigma\sqrt{\Delta t}$ 即可求得相应的 VaR 值。

因此,方差-协方差法的使用前提条件为收益率变化的分布应符合正态分布,这就需要相应的统计学证明,比如正态 P-P 图和正态 Q-Q 图进行正态性检验。但在实际应用中,收益率分布不一定呈正态分布特征,有时会出现厚尾性,因此,正态的假定将会造成极端事件 VaR 值的严重低估。

(2)历史模拟法。相比方差-协方差法,历史模拟法是一种更加直观的计算 VaR 思路,该方法不要求对资产收益率的分布进行假设与判断,而是根据历史数据找到相应的收益率的频率分布以及某个置信度下的最低收益水平,来推算 VaR 值。历史模拟法也存在了一种假设,即假定历史收益在未来可重复。

(3)蒙特卡洛模拟法。历史模拟法的局限性在于计算过程来源于对过去观察值的分析,得到的 VaR 是一种已经发生了的历史上的数值,而不能很好的对未来变化产生预测。因此,为了解决这一问题,在历史模拟法的基础上发展出了蒙特卡洛模拟。其特点是基于给定的分布参数或历史数据,用计算机借用随机方法产生大量的符合这些参数特征的随机数后进行反复多次的模拟,使模拟值涵盖了可能出现的大部分情况,再依据模拟值的分布推测出 VaR 值。简单的说就是反复模拟决定金融工具价值的随机过程,如果进行大量模拟,那么金融工具价值的模拟分布将收敛于其真实分布,从而得到 VaR。

那么如何通过蒙特卡洛模拟得到金融工具价值的可能分布情况,首先,根据蒙特卡洛模拟法的思路,先要确定某一金融工具价格变动的随机模型,这里我们假定股票价格、利率、外汇等金融工具的价值变化符合几何布朗运动模型。该模型认为价格的变化在时间上前后并无关联,同时价格的微小变化可以表示为:

$$dS_t=\mu_t S_t dt+\sigma_t S_t dz$$

这里的 μ_t 和 σ_t 分别表示了某一时刻价格的瞬间漂移率和波动率,通常为常数,可通过价格变动的历史数据计算得到。S_t 为 t 时刻的金融工具价格,z 是一个维纳过程,其服从均值为 0,方差为 dt。根据维纳过程的特点,则有:$dz=\varepsilon\sqrt{dt}$

$$dS_t=S_t(\mu_t dt+\sigma_t\varepsilon\sqrt{dt})$$

上式的 ε 是一个取自标准正态分布的随机值。假设现在时刻为 0,将下一有效期 t 分成 N 等份,每一份微小的时间变量可记为 Δt。如果将上式改写,则有:

$$\frac{dS_t}{S_t}=S_t(\mu_t dt+\sigma_t\varepsilon\sqrt{dt})$$

那么,按照时间步长 Δt 的离散逼近可写成:

$$\frac{\Delta S_t}{S_{t-1}}=\mu\Delta t+\sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}$$

$$\Delta S_t=S_{t-1}(\mu\Delta t+\sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}) \quad ⑤$$

这里 ΔS_t 表示价格 S 在 Δt 时间内的变化。已知 t 被等额分成 N 等份,那么 t 时刻的价格 S_t 可表示为:

$$S_t=S_0+\Delta S_1+\Delta S_2+\Delta S_3+\ldots+\Delta S_N \quad ⑥$$

因此,要对 S_t 进行模拟估算,只要每次在价格 S_0 基础上从标准正态分布中抽取 N 个独立样本 ε,然后代入方程⑤计算不同的 ΔS_t,再依据⑥式即可模拟出 S_t 的一个值,经过反复多次模拟便可得到大量 S_t 估计值,从而得到其分布情况。这里通过设定随机过程,反复模拟时间序列的方法即为蒙特卡洛模拟法。

3 结束语

首先,由于 VaR 模型只是一种基于概率上的风险度量方法,不同的置信区间选择会对结果造成不同的影响。经过计算,更高的置信区间选择,如 98%、99%会得到更高 VaR 值,因此根据实际情况谨慎地选择置信区间显得十分必要。其次,这种方法计算的数据并没有考虑极端环境造成的影响,如果出现了极端情况如金融危机等,对结果将会产生较大误差。

参考文献

[1]高岳,王家华,公彦德.时变条件 t-copula 蒙特卡罗方法的外汇储备收益风险度量 [J]. 系统管理学报,2012,(3).doi:10.3969/j.issn.1005-2542.2012.03.005.

[2]王珍珍,新形势下涉外中小企业汇率风险管理分析[J].广西质量监督导报,2019(03).