

复变函数中类比法的应用

郭巧栋

(黑龙江工程学院理学院,黑龙江 哈尔滨 150000)

摘要:在自然科学到数学这门学科的多种领域中发现了大量的类推应用方法,在教学和学生的学习过程中也经常使用类比法,在教学与学生的学习中,要多学习实变函数这一学科的有关知识,在学习过程中要经常活用类推的方法去寻找实函数和复函数的区别和联系,才能真正的理解函数和传递的意义。

关键词:复变函数;实函数;类比法

[DOI]10.12231/j.issn.1000-8772.2021.06.258

1 引言

培养和提高学生的思维能力是数学教学的主要任务。复变函数是高等学校工科专业的重要基础理论课程同时也是数学的重要分支,更是高等学校数学教学工作的重要组成部分。复变函数课程教学一般认为在大学工科为二年级学生开设,同学们已经有了一年的高等数学课程的学习,单纯的高等数学后继课程可以看到复变函数课程的内容。教师通过运用“反例”“转化”“类比”等方法,来培养学生的思维能力,让同学们利用自己所掌握的基础知识和学习能力,引导学生学习理解新知识,培养学生的发现思维能力。

2 类比法——人们研究自然科学的重要方法之一

据说鲁班发明了锯子,鲁班发明木工锯子也是受到了类推思维的启发。鲁班正在苦于研究一种新型伐木工具的时候,一根细细的毛草叶划破了他的手臂。于是,他便仔仔细细地观察了那根毛草叶。然后,鲁班惊讶地看到在毛草叶的边缘有许多密集且突出的小齿,鲁班由此联想到的是用铁片制作和毛草叶一样的工具——锯子。鲁班在这里使用的思想是类推推理的思想,手指被毛草叶割破,想到用叶子一样的工具砍树,于是利用类比法制作了锯子。

3 复变函数中类比法的应用

“类推推理法”为类比法的另一个名字。类推类推是指猜测事物的某种属性的类比,且必须研究这种属性的推理方法,在两个或两个对象之间的某些差不多的方面进行相互比较,或者在提出的其他方面差不多,从而得出它们在同一方面的方法和应用,这是以比较为基础的方法。类推的特点是“先比较,后推测”。“比”是类推的基础,既要有“比”的共同点,也要有“比”的不同点。这也是贯穿复变函数学习的基本方法,通过类比法的思想,来培养学生丰富的想象力以及敏锐的观察力。

实数的延中是复数,数系的扩充也是复数

数系的扩充(即数学运算的封闭性):

复数 \leftarrow 实数 \leftarrow 有理数(分数) \leftarrow 整数 \leftarrow 自然数

在复变函数的学习过程中,可以运用由“已知条件”解决“未知问题”的思想,来研究复变函数课程中相应的概念与实函数相适应的概念中的区别和联系,同学们已经学过的知识得到了巩固,通过比较学过的知识,得出其在复数中的应用,引发学生对学习复变函数的关注,从而培养学生的综合应用能力。复变函数中的极限和连续,以及导数等概念都是实函数中相应概念的推广。复数函数的定义在形式上就是把一元函数的值域和定义域从“实数集”扩展到“复数集”。但是,我们在进行类比的同时,也要注意并知道,实函数是单值函数,而复变函数是单值函数和多值函数。

例如这个复变函数就对应着两个二元的实函数 $u(x,y)$ 和 $v(x,y)$,所以可以进行对复变函数的研究,我们能够看出其根本是对其实部和虚部的两个二元实函数的研究,复变函数的极限与连续的定义、导数形式定义、一元实函数的定义以及类似的算法在内,在类似的教学和学习过程中,我们都应学会类比,同时也应该学会区别。

复数在许多没有解析概念的实数中对概念进行解析,复变函数的主要研究对象是解析函数,解析函数具有比一元函数更好的性

质,例如解析函数的导数仍然是解析函数,解析函数的虚部和实部互为共轭调和函数,以及解析函数可以展开变成幂级数等等。可导的概念要比解析弱很多,函数在某一点处可导并不能直接推出该函数在该点处可以解析,相反的,解析的概念不仅需要函数在一点可导,还需要函数在该点的邻域内均可导,我们才可以称函数在该点处解析,函数在区域内可导和在区域内解析是一样的的概念,在教育及学习的过程中,我们应学会区分解析与可导的区别和联系。

无穷级数是实函数中一项非常重要的内容,是进行函数性质及数值计算的方法,而在复变函数中,无穷级数也是解决解析函数问题的重要方法。复变函数的复数项级数以及复变函数项级数的一些概念和定理,都是实数中的相应概念在复函数的范围内的直接推广。在教授及学习过程中,首先以无穷级数和函数的概念及性质,以推出复变函数普及相应的概念及性质,再通过幂级数进一步引出洛朗级数的定义及概念,洛朗级数是复变函数中特有的概念,它并不存在于实函数中,研究解析函数的重要途径是幂级数和洛朗级数,同时它们也是日后学习留数的基础,在学习过程中研究实函数与复变函数的变化,要学会比较,把实函数的级数部分结合起来,通过类比来学习。

在日后留数的学习中,要学会通过留数计算定积分的方法,是确定积分的有效工具,特别是当被积函数很不容易求到原函数的时候就会更加有用,如果普通方法也可以计算定积分,这时,我们使用留数进行计算会更加简便,对于留数定理的应用,我们可以把对沿闭曲线的积分的计算转化为对孤立奇点处的留数的计算,对于实函数中的一些定积分和反常积分的计算,按以前的计算方法可能比较复杂,甚至难以计算出结果,而用留数的计算方法则会相对比较简便,因此留数定理的在理论和实际应用中都具有重要的意义。当然,这一方法的使用也有一定的限制,在学习中学会区分哪些积分适合用实数来解决,哪些积分应用复变函数中留数的部分来解决。

为了更好地区分复变函数和实函数,更好地用不同的方法解决不同的问题,我们可以使用类比的方法来教授和学习复变函数。

4 由类比法产生的联想

类推、联想和想象是数学发现和学习的工具,也是数学推理和解题过程中最常用的重要方法,是数学学习和研究的重要思想方法。所谓联想,就是受到某种事物的启发,联想到与事物性质或形态相似的事物。在学习复变函数的过程中,我们在使用类推法的同时,还要学会联想。从实函数的已知知识,通过类推的方法,联想到复变函数中的方法,最终可以由此联想到两者的区别和关系,我们就能更好地掌握这两个科目。

参考文献

- [1]西安交通大学高等数学教研室.复变函数[M].高等教育出版社.
- [2]苏变萍,陈东立.复变函数与积分变换[M].高等教育出版社,2003.
- [3]钟玉泉.复变函数论[M].北京:高等教育出版社,2004.