问题驱动下的数值分析教学探究

潘德林
（湖北文理学院，湖北 襄阳 441053）

摘 要：数值分析课程研究计算机求解各类数值问题的方法、理论，课程具有广泛的应用性、实践性。本文结合数值分析课程特点从问题驱动教学的内涵特点出发，设计问题驱动教学模式在数值分析教学实施中的流程，并以数值分析中的 Lagrange 插值内容为例，进行了教学实践，取得较好教学效果。

关键词：问题驱动；数值分析；教学；研究
【DOI】10.12231/j.issn.1000-8772.2021.10.239

传统的数值分析课程较多关注基本理论、基本算法的传授，学生很难在传统的教学活动中，感受到解决问题的重要性，提升分析问题、解决问题的能力，发展高阶思维能力。本文就数值分析课程特点，研究问题驱动下数值分析教学的流程，以期提升学生的解决问题的能力，发展高阶思维。

1 “问题驱动”教学内涵及特点

问题驱动式教学指教师让学生参与问题的提出、问题的解决解决、习得知识和技能的教学方式。在教学过程中，教师从学生的实际出发，创设问题情境，设置疑问，在引导中不断挖掘学生潜能，鼓励学生进行探究解决问题，建构知识。

问题驱动式教学是以问题为主线，学生在教师的指导下从不同的角度、运用不同的方法，通过自主探究和合作讨论来尝试解决问题，并在此过程中学习者主动建构知识、发展高层次思维能力。这个过程学生要经历发现提出问题、设计解决问题的方案等阶段。

2 “问题驱动”教学模式在数值分析教学实施中流程

（1）发现（提出）问题。问题是问题驱动教学模式的核心，也是数值分析教学的起点。数值分析课程的内容与实际生活联系紧密，教师可以从实际问题出发，构建问题情景，由学习者在情境中通过初步感知问题的存在，从而发现、提出问题。发现问题、提出问题是课程内容引入的关键，也是教学的目标。因此，教师应尽可能创设情境，让学生提出问题。（2）分析问题建立数学模型。在学生提出问题之后，教师应当引导其分析问题建立数学模型。分析问题建立数学模型是学习者产生困惑后的第一步，是问题意识的进一步深化。这一步骤是探究和解决数值分析问题的基础。分析问题与探究、解决问题都是学习者经历问题解决的过程，都属于思维发展的“经验”层次。（3）探究问题设计算法。在建立数学模型之后，教师引导学生进一步探究问题，引导学生思考问题是否可以解决、问题探究中蕴含了哪些知识或能力、如何解决问题、解决问题方法的可行性、解决问题方法的不足等。通过挖掘问题设计可行的算法，解决数值计算问题。（4）初步形成知识。通过前期学生的学习探究，教师通过言语及提问，了解学生的探究结果及想法。并进一步引导学生联系已有知识经验，推广结论，帮助学习者逐步接受新的知识和能力，将个人实践知识初步纳入原有知识体系，形成新知识技能的雏形。（5）反思、创新。经过一系列的实践分析，教师引导学生反思算法的不足与优势，通过反思为改进算法，创新算法开辟新的方向。

3 问题驱动式教学在数值分析中的实践

以 Lagrange 插值内容为例，构建“why-what-how”结构的问题串，驱动教学内容的开展。引导学生发现问题，建立插值模型，从线性插值、抛物插值出发，由易到难，不断抽象出 n 次插值多项式插值，最后反思 Lagrange 插值的不足为创新算法提供思路。

（1）提出问题。实例：93 号汽油的价格的预测。我国 93 号汽油随不同年份汽油年平均价格见下表。现通过 2008 到 2012 年的 93 号汽油的价格，预测 2013 年及以后的价格：

年份	2008	2009	2010	2011	2012
价格(元)	4.32	4.98	5.82	6.56	6.75

借助实例，引导学生分析已知条件，总结出汽油价格预测问题实质上是已知函数若干点的函数值，求一定点处的函数值，从而提出问题。

（2）分析问题建立数学模型。根据分析，明确汽油价格预测问题的已知条件和目标。建立插值问题的数学模型。定义设 $x_0,x_1,\cdots,x_n$ 是一组互异的点，$y_i=f(x_i)(i=0,1,2,\cdots,n)$，所谓 n 次多项式插值，就是求多项式 $p_n(x)\in P_n$，使之满足 $p_n(x_i)=y_i(i=0,1,2,\cdots,n)$ 其中 $x_0,x_1,\cdots,x_n$ 称为插值节点，$p_n(x)$ 是插值多项式，$f(x)$ 是被插(值)函数，$r(x)=f(x)-p_n(x)$ 是插值余项，$[\min\{x_0,x_1,\cdots,x_n\},\max\{x_0,x_1,\cdots,x_n\}]$ 是插值区间。

（3）探究问题设计算法。从插值多项式的存在性、唯一性，论述插值问题求解思路的可行性、几何意义。根据唯一性定理的证明过程，分析克莱姆法则解决插值问题的不足，引导学生寻求更加可行的构造插值方法的途径。定理（存在性和唯一性）满足插值条件 $p_n(x_i)=y_i(i=0,1,2,\cdots,n)$ 的多项式存在，并且唯一。

（4）初步形成知识。根据线性插值的结构和基函数的性质，引导学生形成插值方法的解决思路。已知函数 $y=f(x)$ 在给定的互异的点 x_0,x_1 处的函数值 y_0,y_1，求作一直线 $p_1(x)=a_0+a_1x$，使其满足 $p_1(x_0)=y_0,p_1(x_1)=y_1$。

（5）反思、创新。分析总结线性插值、抛物插值，进一步引导学生推广到 n 次 Lagrange 插值。分析总结 Lagrange 插值的优势与不足，引导学生思考是否有其他的构造方法。

4 结束语

在具体的教学过程中，教师需要依照数值分析每个课题的特点和学生学习特征，将抽象的知识内容与实际问题结合，教师可以通过引导、提问、反馈以及组织学生活动的方式帮助学生融入问题驱动教学中。最后，通过总结和反思深化对于课题本身的理解，提升学生实践的能力。

参考文献

[1]郑静.问题驱动思考思考带动发展[J].福建基础教育研究，2011(9)：66-67.
[2]徐文彬.本原性学科问题驱动课堂教学的理论与实践[J].教育理论与实践，2007(12)：38-40.
[3]杨玉东.“本原性数学问题驱动课堂教学”的比较研究[D].上海：华东师范大学，2004.
[4]杨玉东，李士锜.用本原性数学问题驱动课堂教学——一项改进教师数学教学的行动研究[J].数学教育学报，2005(2)：59-63.

作者简介：潘德林(1979-)，女，硕士，副教授。

基金项目：湖北文理学院研究生教育质量工程“《数值分析》优质课程建设”(YZ1202008)；湖北文理学院 2019 年教学研究项目“基于问题驱动的大学数学课程混合式教学模式的研究与实践”(JY2019028)。