

基于区间 DEA 与蒙特卡罗模拟的京津冀文化产业经济效率测算研究

廖青虎, 杨 进

(天津商业大学 公共管理学院, 天津 300134)

摘要:文化产业经济效率的测算面临外部性、指标模糊性以及排序三个难题,本文引入区间 DEA 模型和蒙特卡罗模拟法解决以上三个难点并测算京津冀文化产业的经济效率。文章依据微观经济学的生产理论,构建区间 DEA 模型的蒙特卡罗模拟排序法,该排序法通过模拟各决策单元的有效生产次数占总生产次数的比重,据此计算各决策单元的有效生产效率指数并对决策单元组排序。研究表明,该方法可有效测算京津冀 14 个城市文化产业的经济效率,可对经济效率值排序且不脱离决策单元投入产出的生产实际。

关键词:文化产业经济效率;区间 DEA 模型;蒙特卡罗模拟

[DOI]10.12231/j.issn.1000-8772.2022.11.013

1 问题的提出

文化产业的经济效率,是指在既定的生产技术条件下,文化产业达到帕累托最优时的投入产出交换值。京津冀是我国文化产业发展最活跃、发展前景最好的区域之一,然而,京津冀文化产业经济效率测算中具有三个难点:首先,文化产业具有明显的外部性,即溢出效应,文化产业经济效率的测算必须排除外部性的影响。实际上,京津冀城市群协同发展以来,三地区域文化产业打破了省域限制,不断加快区域协同发展,打破地域文化产业壁垒,文化产业发展的外溢效应明显,三地各类文化资源基本上实现了自由流动、产业品牌辐射三地效应明显。其次,文化产业经济效率测算中,最显著的特征就是其产品的创意性,而文化产品的创意性则只能通过“较好”“一般”“差”等模糊语言表示,很难准确测算。最后,文化产业的经济效率测算需要进行排名,从而根据各城市或区域的文化产业经济效率的大小,分别采取针对性的措施促进文化产业经济的发展。

针对以上三个问题,区间 DEA 模型可以提供解决思路。首先,区间 DEA 模型可以将文化产业的外部性予以内化,解决外部性难以测量的问题;其次,其可以通过区间值测算文化产业经济中的模糊变量。最后,考虑到区间 DEA 模型计算的效率值为区间值,难以据此对决策单元组排序,本文需要创新决策单元组排序方法,目前国内学者已创新了多种区间 DEA 模型的决策单元组排序法:权重排序^[1]、中间值排序^[2]、“综合可能度指数”排序^[3]。但这些排序法往往忽视了 DEA 模型的理论基石是微观经济学中的生产理论。根据生产论,DEA 模型测算的决策单元效率本质上是一种“生产效率”,其原理是:在所有生产可能性集合中,该生产效率是各决策单元在生产可能性边界内有

效生产次数占总生产次数的比值^[4]。基于此,本文将在计算区间 DEA 模型的区间效率值基础上,依据微观经济学的生产理论,使用蒙特卡罗模拟法模拟决策单元组的有效生产情况,通过计算决策单元组的有效生产效率指数对其排序,并对京津冀 14 个城市文化产业的经济效率进行测算。

2 区间 DEA 模型及其区间效率值计算

2.1 区间 DEA 模型构建

本文以基于投入导向的 CCR-DEA 模型为基础,构建区间 DEA 模型,求解其区间效率值。假设有 n 个决策单元 DMU_j ($j=1,2,\dots,n$),用 \tilde{X}_j 与 \tilde{Y}_j 分别表示第 j 个决策单元 DMU_j 的第 i 种投入、第 r 种产出要素的模糊数,其隶属函数分别为 $\mu(\tilde{X}_j)$ 、 $\mu(\tilde{Y}_j)$,第 j_0 个 DMU_{j_0} 效率值求解的数学规划为式(1):

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{j_0} = \max & \sum_{r=1}^s u_r \tilde{Y}_{rj_0} \\ \text{st.} & \begin{cases} \sum_{i=1}^m v_i \tilde{X}_{ij_0} = 1, i=1,2,\dots,m, \\ \sum_{r=1}^s u_r \tilde{Y}_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i \tilde{X}_{ij} \leq 0, \\ v_i \geq \varepsilon, u_r \geq \varepsilon, \\ j=1,2,\dots,n; r=1,\dots,s, \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

式(1)中, $\varepsilon>0$ 为无穷小的非阿基米德数, v_i 为投入要素 \tilde{X}_j 的权重, μ_r 为产出因素 \tilde{Y}_j 的权重, v_i 与 u_r 为未知数。

2.2 区间效率值的计算

将式(1)中 \tilde{X}_j 、 \tilde{Y}_j 用三角模糊数 $\tilde{X}_j = \{x_{ij}^1, x_{ij}^2, x_{ij}^3\}$ 、

$\tilde{Y}_j = \{y_{rj}^1, y_{rj}^2, y_{rj}^3\}$ 表示,其三角隶属函数分别为:

$$\mu(\tilde{X}_{ij}) = \begin{cases} x_{ij} = 0 & x_{ij} \leq x_{ij}^1 \text{ 或 } x_{ij} > x_{ij}^3 \\ \frac{x_{ij} - x_{ij}^1}{x_{ij}^2 - x_{ij}^1} & x_{ij}^1 < x_{ij} \leq x_{ij}^2 \\ \frac{x_{ij}^3 - x_{ij}}{x_{ij}^3 - x_{ij}^2} & x_{ij}^2 < x_{ij} \leq x_{ij}^3 \end{cases}$$

$$\mu(\tilde{Y}_{rj}) = \begin{cases} y_{rj} = 0 & y_{rj} < y_{rj}^1 \text{ 或 } y_{rj} \geq y_{rj}^3 \\ \frac{y_{rj} - y_{rj}^1}{y_{rj}^2 - y_{rj}^1} & y_{rj}^1 < y_{rj} \leq y_{rj}^2 \\ \frac{y_{rj}^3 - y_{rj}}{y_{rj}^3 - y_{rj}^2} & y_{rj}^2 < y_{rj} \leq y_{rj}^3 \end{cases}$$

将以上 \tilde{X}_{ij} 与 \tilde{Y}_{rj} 的三角隶属函数带入式(1),同时,考虑到式(1)为非线性数学规划,无法直接求最优解,通过对偶转换后,其最低效率值 $E_{j_0}^L$ 与最高效率值 $E_{j_0}^U$ 可通过式(2)与(3)求解:

$$E_{j_0}^U = \max \sum_{r=1}^s u_r (y_{rj}^2 + y_{rj}^3 - y_{rj}^1)$$

$$st. \begin{cases} \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij}^1 + x_{ij}^3 - x_{ij}^2) = 1, i = 1, 2, \dots, m, \\ \sum_{r=1}^s u_r (y_{rj}^3 + y_{rj}^2 - y_{rj}^1) - \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij}^1 + x_{ij}^3 - x_{ij}^2) \leq 0 \\ \sum_{r=1}^s u_r (y_{rj}^1 + y_{rj}^2 - y_{rj}^3) - \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij}^3 + x_{ij}^2 - x_{ij}^1) \leq 0 \\ v_i \geq \epsilon, u_r \geq \epsilon, r = 1, \dots, s, j = 1, 2, \dots, n, j \neq j_0 \end{cases} \quad (2)$$

$$E_{j_0}^L = \max \sum_{r=1}^s u_r (y_{rj}^1 + y_{rj}^2 - y_{rj}^3)$$

$$st. \begin{cases} \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij}^2 + x_{ij}^3 - x_{ij}^1) = 1, i = 1, 2, \dots, m, \\ \sum_{r=1}^s u_r (y_{rj}^1 + y_{rj}^2 - y_{rj}^3) - \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij}^2 + x_{ij}^3 - x_{ij}^1) \leq 0, \\ \sum_{r=1}^s u_r (y_{rj}^2 + y_{rj}^3 - y_{rj}^1) - \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij}^1 + x_{ij}^2 - x_{ij}^3) \leq 0, \\ v_i \geq \epsilon, u_r \geq \epsilon, r = 1, \dots, s, j \neq j_0 \end{cases} \quad (3)$$

通过求解式(2)与式(3)可得区间 DEA 模型的效率值。 $[E_{j_0}^L, E_{j_0}^U]$

3 基于蒙特卡罗模拟的区间 DEA 效率排序法

在式(2)与式(3)求出的 $[E_{j_0}^L, E_{j_0}^U]$ 基础上,本文将依据微观经济学中的生产论,分析 DEA 模型中各决策单元的投入产出生产原理,使用蒙特卡罗模拟法对区间效率值 $[E_{j_0}^L, E_{j_0}^U]$ 排序。

首先,依据生产论,本文对 DEA 模型的有效生产原理分析如图 1 所示。

图 1 中横轴表示 DEA 各决策单元的效率 e,纵轴表示产出因素 y_{rj} ,生产可能性边界为曲线 OFH,有效生产区域为 OFH 右下方的 W⁻区域,OFH 左上方的 W⁺区域为无效生产区域。考虑一个决策单元 DMU_{j₀},其效率值为 $[E_{j_0}^L, E_{j_0}^U]$,产出

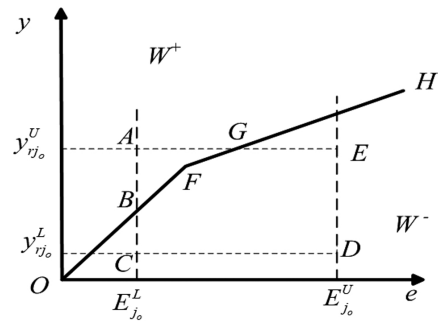


图 1 DEA 模型有效生产原理的图示

变量是 $[y_{rj_0}^L, y_{rj_0}^U]$,各变量的位置如图 1 中所示。四个变量形成的长方形区域 ACDE 为其可能生产区域。从图 1 可看出, ACDE 位于生产可能性边界 OFH 周围,其中的多边形区域 BCDEGF 处于生产可能性边界 OFH 的 W⁻区域,其生产是相对有效的,若生产点落在 BCDEGF 之外,则是相对无效的。根据图 1,该决策单元的有效生产区域面积 V_j^* 为:

$$V_j^* = \prod_{i=1, i \neq j_0}^m (E_{j_0}^L, E_{j_0}^U) \times \prod_{i=1, i \neq j_0}^m (y_{rj_0}^L, y_{rj_0}^U) \quad (4)$$

其次,根据 DEA 模型的生产原理:决策单元效率为其在生产可能性边界内有效生产次数占总生产次数的比值^[4]。如果某决策单元大部分生产点属于有效生产区域,那么其效率较高;反之,效率较低。故必须根据区间效率值的具体情况,模拟其所有的生产可能性。本文在区间效率值计算的基础上,使用蒙特卡罗模拟法模拟决策单元的生产效率。具体来说,本文设 $\bar{y}_{rj_0} \sim U(y_{rj_0}^L, y_{rj_0}^U)$, $\bar{E}_{j_0} \sim U(E_{j_0}^L, E_{j_0}^U)$,用指数 M_{R_j} 表示 DEA 的有效生产效率指数,即:

$$M_{R_j} = \frac{N_{H_j}}{N_{H_j} + N_{M_j}} V_j^* \quad (5)$$

其中, N_{H_j} 为有效生产区域之内的生产模拟次数,而 N_{M_j} 则为有效生产区域之外的生产模拟次数, V_j^* 为有效生产区域面积, V_j^* 的计算见式(4)。

4 实证分析

本部分利用上文提出的区间 DEA 模型和蒙特卡罗模拟法排序法,测算 2020 年京津冀城市群 14 个城市的文化产业经济效率,并对其排序。

4.1 指标选择与数据来源

首先,指标选择方面,本文以文献[4]与[5]的文化产业经济效率评价指标为基础,借鉴京津冀文化云平台在搜集文化大数据时的指标设计,设计的指标为:以文化产业的设施与资源投入、文化企业管理水平为投入变量;以文化产业的创新水平、居民文化服务满意度以及文化产业创优水平为产出变量。以上投入产出指标都为模糊指标,只能用“好”“一般”等表示。

其次,本文数据来源于京津冀文化云平台,京津冀文

化云平台由京津冀文化产业协同发展中心开发并负责运营,京津冀文化云平台对以上模糊指标设置的打分标准为:通过三角模糊数打分获得数据,设置的评分标准为:“满意”“一般”以及“不满意”,三种标准所对应的三角模糊数分别为(0,0.2,0.4)、(0.3,0.5,0.7)、(0.6,0.8,1),这与本文设计的投入产出要素 \tilde{X}_{ij} 与 \tilde{Y}_{ij} 对应的三角模糊数 $\tilde{X}_{ij} = \{x_{ij}^1, x_{ij}^2, x_{ij}^3\}$ 、 $\tilde{Y}_{ij} = \{y_{ij}^1, y_{ij}^2, y_{ij}^3\}$ 是一致的。

最后,根据京津冀文化云平台获得的2020年京津冀城市群14个城市383621条数据,各投入产出指标及其描述性统计结果如表1所示:

表1 投入产出指标及其描述性统计

指标名称		均值
投入指标	文化产业的设施与资源投入	(0.14, 0.48, 0.83)
	文化企业管理水平	(0.22, 0.38, 0.71)
产出指标	文化产业创新水平	(0.18, 0.35, 0.68)
	居民文化服务满意度	(0.25, 0.43, 0.72)
	文化产业创优水平	(0.23, 0.47, 0.81)

4.2 实证分析结果与讨论

首先,通过咨询京津冀文化产业协同发展中心管理人员,本文界定14个城市文化产业的投入指标权重范围为: $v_1 \in (0.66, 0.78)$, $v_2 \in (0.21, 0.35)$; 产出指标权重估计为: $u_1 \in (0.33, 0.48)$, $u_2 \in (0.21, 0.37)$, $u_3 \in (0.25, 0.33)$ 。

其次,本文运用matlab17.0,根据式(2)与(3)计算14个城市的文化产业经济效率。

最后,根据计算的区间效率值,本文使用蒙特卡罗模拟法,通过matlab17.0模拟生产次数1000次,模拟落在有效生产区域内的 N_H 与有效生产区域外的 N_M ,计算 M_R ,从而对14个城市排序,排序情况见表2。

表2的计算结果表明:

首先,依据微观经济学的生产理论,本文设计的区间DEA模型蒙特卡罗排序法,通过计算有效生产效率指数,可实现对所有决策单元区间效率值的排序(包括效率值为[1,1]的有效决策单元组),这为区间DEA模型的决策单元组排序提供了一种新的计算方法且与生产论不相悖。

其次,从京津冀14个城市文化产业经济效率情况来看,北京、秦皇岛以及天津处在前三位,而定州、廊坊和石家庄则处于后三位。

5 结束语

文化产业经济效率的测算面临外部性、指标模糊性以及排序三个难题,本文引入区间DEA模型,在计算区间DEA模型的区间效率值基础上,依据微观经济学的生产理论,使用蒙特卡罗模拟法模拟文化产业经济效率的有效生产次数,通过计算DEA的有效生产效率指数对决策单元组排序。本文设计的区间DEA模型蒙特卡罗模拟排序法具有如下特点:(1)可实现对所有区间效率值的排序(包括

表2 京津冀14个城市文化产业经济效率及其排序

城市	$[E_j^L, E_j^U]$	M_{R_j}	排名
北京	[1, 1]	9.73	1
秦皇岛	[1, 1]	9.44	2
天津	[1, 1]	8.36	3
邯郸	[0.41, 0.89]	7.58	4
保定	[0.43, 0.85]	7.21	5
张家口	[0.31, 0.62]	6.79	6
邢台	[0.24, 0.43]	6.46	7
唐山	[0.18, 0.44]	5.28	8
沧州	[0.22, 0.38]	4.95	9
衡水	[0.15, 0.41]	4.53	10
承德	[0.23, 0.32]	4.09	11
定州	[0.25, 0.36]	3.86	12
廊坊	[0.16, 0.37]	3.22	13
石家庄	[0.14, 0.29]	2.76	14

有效决策单元组);(2)计算简单,只需在区间效率值求解基础上,使用蒙特卡罗模拟法模拟各决策单元的生产情况与有效生产区域之间关系即可,不需要复杂的数学公式换算;(3)严格遵循微观经济学的生产理论,各决策单元效率值的排序不脱离决策单元投入产出的生产实际。

参考文献

- [1]Rezaie V, T Ahmad. Ranking DMUs by calculating the interval efficiency with a common set of weights in DEA[J]. Journal of Applied Mathematics, 2014, (1):1-9.
- [2]Shwartz M, J JFB. A DEA based composite measure of quality and its associated data uncertainty interval for health care provider profiling and pay-for-performance [J]. European Journal of Operational Research 2016, 253(2):489-502.
- [3]Hatami M A, Z G Beigi. Measurement of returns - to-scale using interval data envelopment analysis models [J]. Computers & Industrial Engineering, 2018, 117 (3): 94-107.
- [4]Charnes, A, W.W. Cooper. Measuring the efficiency of decision making units [J]. European Journal of Operational Research, 1978, 2(6):429-444.
- [5]廖青虎, 孙钰, 陈通. 城市文化产业与科技融合的政策效力测量研究[J]. 城市发展研究, 2019(5):22-27.

作者简介:廖青虎(1985-),男,河南南阳人,博士,副教授,研究方向:技术经济;杨进(1996-),女,辽宁人,硕士研究生,研究方向:公共管理。